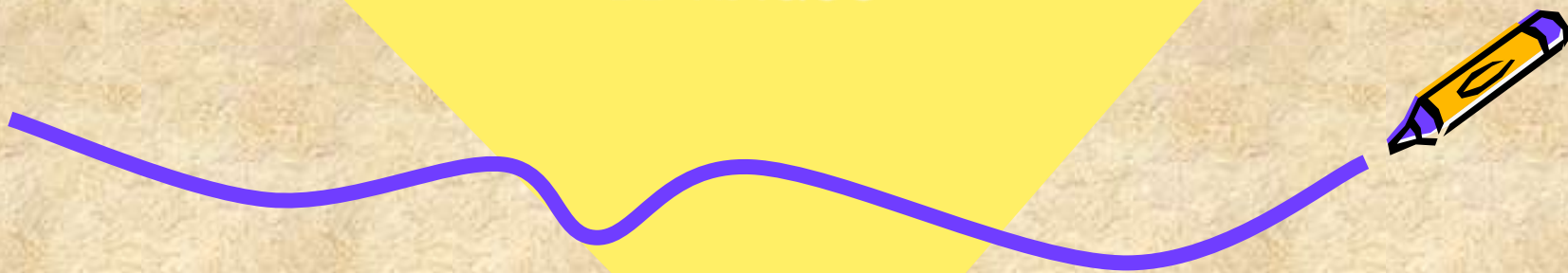




# Оптимальное планирование

11 класс





## Объекты планирования:

- деятельность отдельного предприятия,
- деятельность отрасли промышленности или сельского хозяйства,
- деятельность региона,
- деятельность государства.



## Постановка задачи планирования:

- Имеются некоторые плановые показатели:  $x$ ,  $y$  и др.;
- Имеются некоторые ресурсы:  $R_1$ ,  $R_2$  и др., за счет которых эти плановые показатели могут быть достигнуты. Эти ресурсы практически всегда ограничены.;
- Имеется определенная стратегическая цель, зависящая от значений  $x$ ,  $y$  и других плановых показателей, на которую следует ориентировать планирование.

Нужно определить значение плановых показателей с учетом ограниченности ресурсов при условии достижения стратегической цели. Это и будет оптимальным планом.



# Пример

**Объект:** детский сад,

**Плановые показатели:**

1) число детей, 2) число воспитателей

**Основные ресурсы деятельности детского сада:**

1) размер финансирования, 2) площадь помещения

**Стратегические цели:** сохранение и укрепление  
здоровья детей (минимизация заболеваемости  
воспитанников детского сада)



# Запишите в тетрадь:

- Оптимальное планирование заключается в определении значений плановых показателей с учетом ограниченности ресурсов при условии достижения стратегической цели.
- Условия ограниченности ресурсов математически представляются в виде системы неравенств.
- Решение задачи оптимального планирования сводится к построению целевой функции и назначению определенных условий для ее величины: чаще всего максимума или минимума.



## Пример решения задачи оптимального планирования



**Задача:** Кондитерский цех готовит пирожки и пирожные. Ограниченность емкости склада - за день можно приготовить не более 700 изделий. Рабочий день - 8 часов.. Если выпускать только пирожные, за день можно произвести не более 250 штук, пирожков можно произвести 1000 штук (без пирожных). Стоимость пирожного вдвое выше, чем стоимость пирожка. Требуется составить дневной план производства, обеспечивающий **наибольшую** выручку.



# Построим математическую модель задачи



Плановые показатели:

X - дневной план выпуска пирожков;

У - дневной план выпуска пирожных.

Ресурсы производства:

Длительность рабочего дня - 8 часов,

Вместимость склада - 700 мест.

Время изготовления пирожка - t мин,

Время изготовления пирожного - 4t мин

Суммарное время на изготовление x пирожков и y пирожных равно

$$tx + 4tx = (x + 4y)t.$$

По условию задачи  $(x + 4y)t \leq 8 \cdot 60$  или  $(x + 4y)t \leq 480$

Вычислим t (время изготовления одного пирожка):

$$t = 480/1000 = 0,48 \text{ мин}$$

Получаем  $(x + 4y) \cdot 0,48 \leq 480$  или  **$x + 4y \leq 1000$**

ограничение на общее число изделий дает

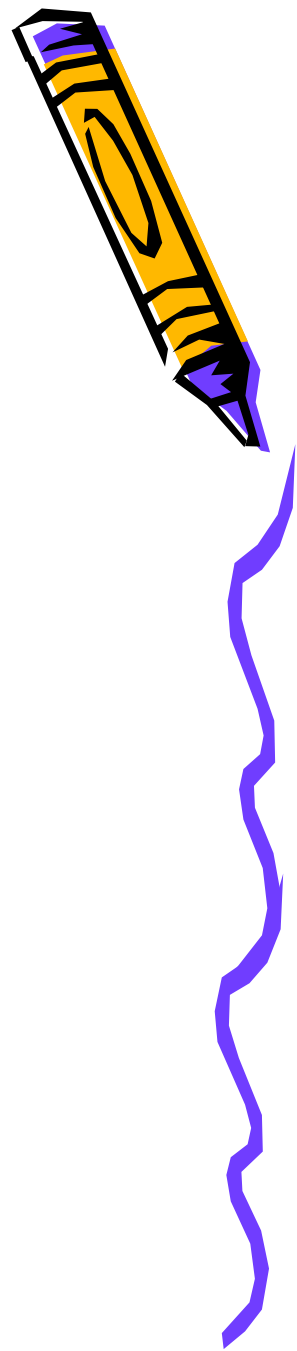
$$\text{неравенство } \mathbf{x + y \leq 700} .$$

Добавим условие положительности значений величин x и y



В итоге получаем  
систему неравенств:

$$\begin{cases} x + 4y \leq 1000 \\ x + y \leq 700 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$





# Формализация стратегической цели: получение максимальной выручки



Пусть цена одного пирожка -  $r$  рублей, тогда цена пирожного -  $2r$  рублей, а стоимость всей произведенной за день продукции равна  $rx + 2ry = r(x + 2y)$ . Запишем полученное выражение как функцию  $f(x, y) = r(x + 2y)$ . Она называется целевой функцией. Так как  $r$  - константа, в качестве **целевой функции** можно принять

$$f(x, y) = (x + 2y)$$



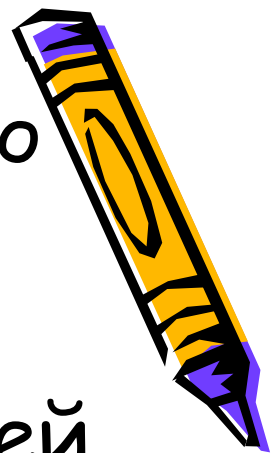
Таким образом, получение оптимального плана свелось к решению следующей математической задачи:

найти значения плановых показателей  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x + 4y \leq 1000 \\ x + y \leq 700 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

при которых целевая функция

$f(x, y) = (x + 2y)$  принимает  
максимальное значение





Система неравенств представляется на координатной плоскости четырехугольником, ограниченным прямыми, соответствующим линейным уравнениям

$$x + 4y = 1000$$

$$x + y = 700$$

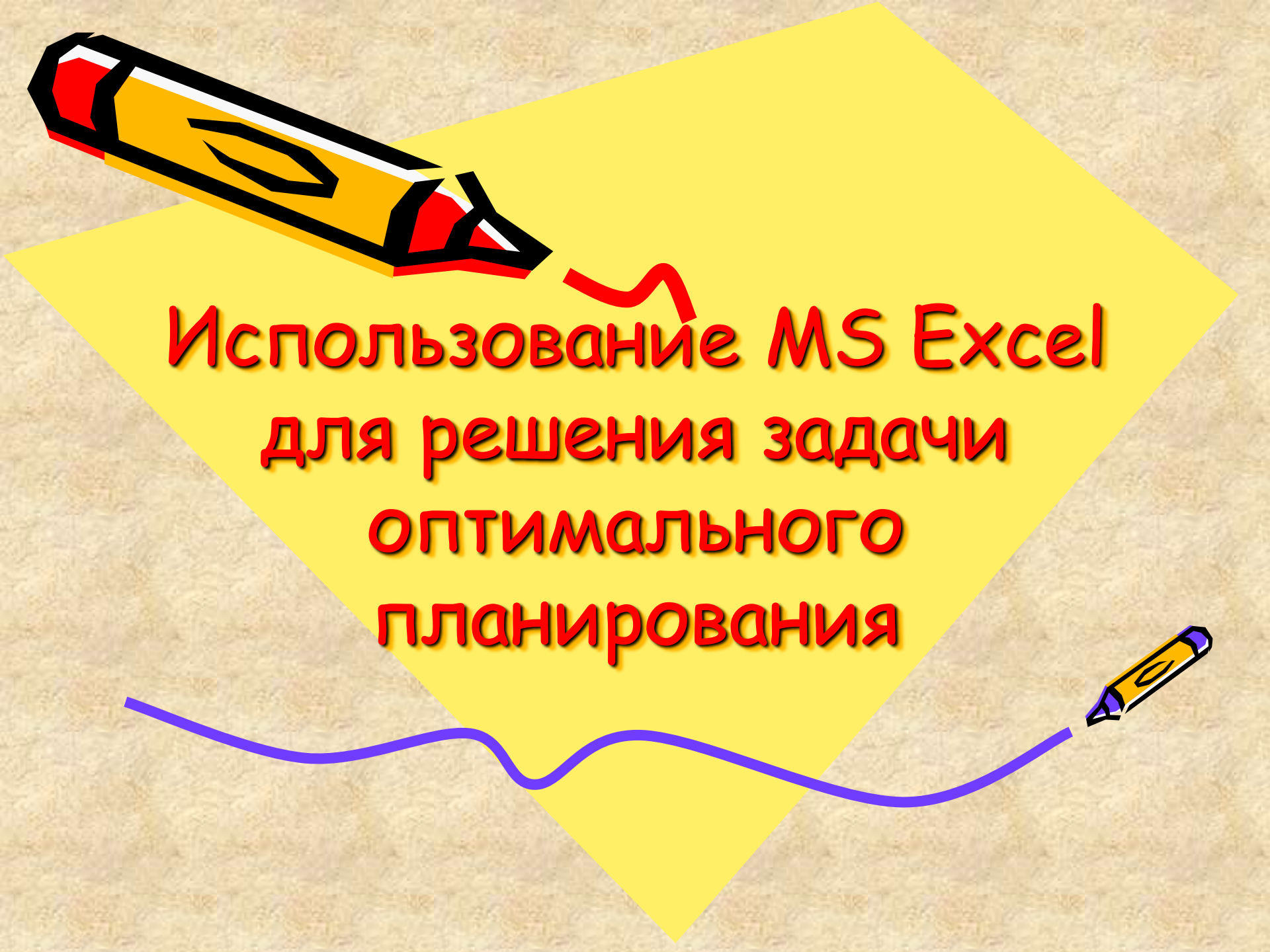
$$x = 0$$

$$y = 0$$

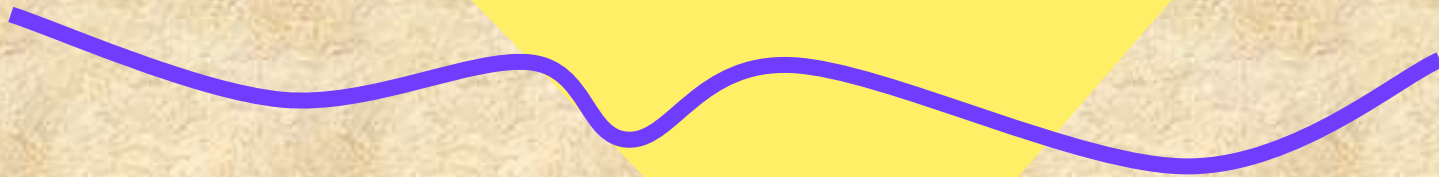


Любая точка четырехугольника является решением системы неравенств. Но, искомым решением задачи будет та точка, в которой целевая функция максимальна.



A large yellow diamond shape is centered on a light beige, textured background. Inside the diamond, the title text is written in red with a drop shadow.

**Использование MS Excel  
для решения задачи  
ОПТИМАЛЬНОГО  
планирования**



Нахождение точки в которой целевая функция максимальна производится с помощью методов линейного программирования. Эти методы имеются в математическом арсенале MS Excel.

Осуществляется это с помощью средства «Поиск решения». Команда находится на вкладке Данные в группе Анализ.



# Подготовить электронную таблицу



	A	B	C	D	E	F
1	<b>Оптимальное планирование</b>					
2						
3	<b>Плановые показатели</b>					
4		X (пирожки)	Y (пирожные)			
5						
6						
7	<b>Ограничения</b>					
8						
9		<i>Левая часть</i>	<i>Знак</i>	<i>Правая часть</i>		
10	<i>Время производства:</i>	= B5+4*C5	<=	1000		
11	<i>Общее количество:</i>	= B5+C5	<=	700		
12	<i>Положительность X:</i>	=B5	>=	0		
13	<i>Положительность Y:</i>	=C5	>=	0		
14						
15	<b>Целевая функция</b>	=B5+2*C5				
16						



# Сервис / «Поиск решения»

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Рис. 3. Начальное состояние формы «Поиск решения»

# Заполнить форму

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Выполнить  
Закреть  
Предположить  
Добавить  
Изменить  
Удалить  
Параметры  
Восстановить  
Справка

Рис. 4. Форма «Поиск решения» после ввода информации



# Параметры

Нажать!

Параметры поиска решения

Максимальное время:  секунд

Предельное число итераций:

Относительная погрешность:

Допустимое отклонение:  %

Сходимость:

Лине́йная модель  Автома́тическое масштаби́рование

Неотрицательные значения  Показывать результаты итераций

Оценки

лине́йная  квадра́тичная

Разности

пря́мые  центра́льные

Метод поиска

Ньютона  сопряженных градиентов

OK

Отмена

Загрузить модель...

Сохранить модель...

Справка

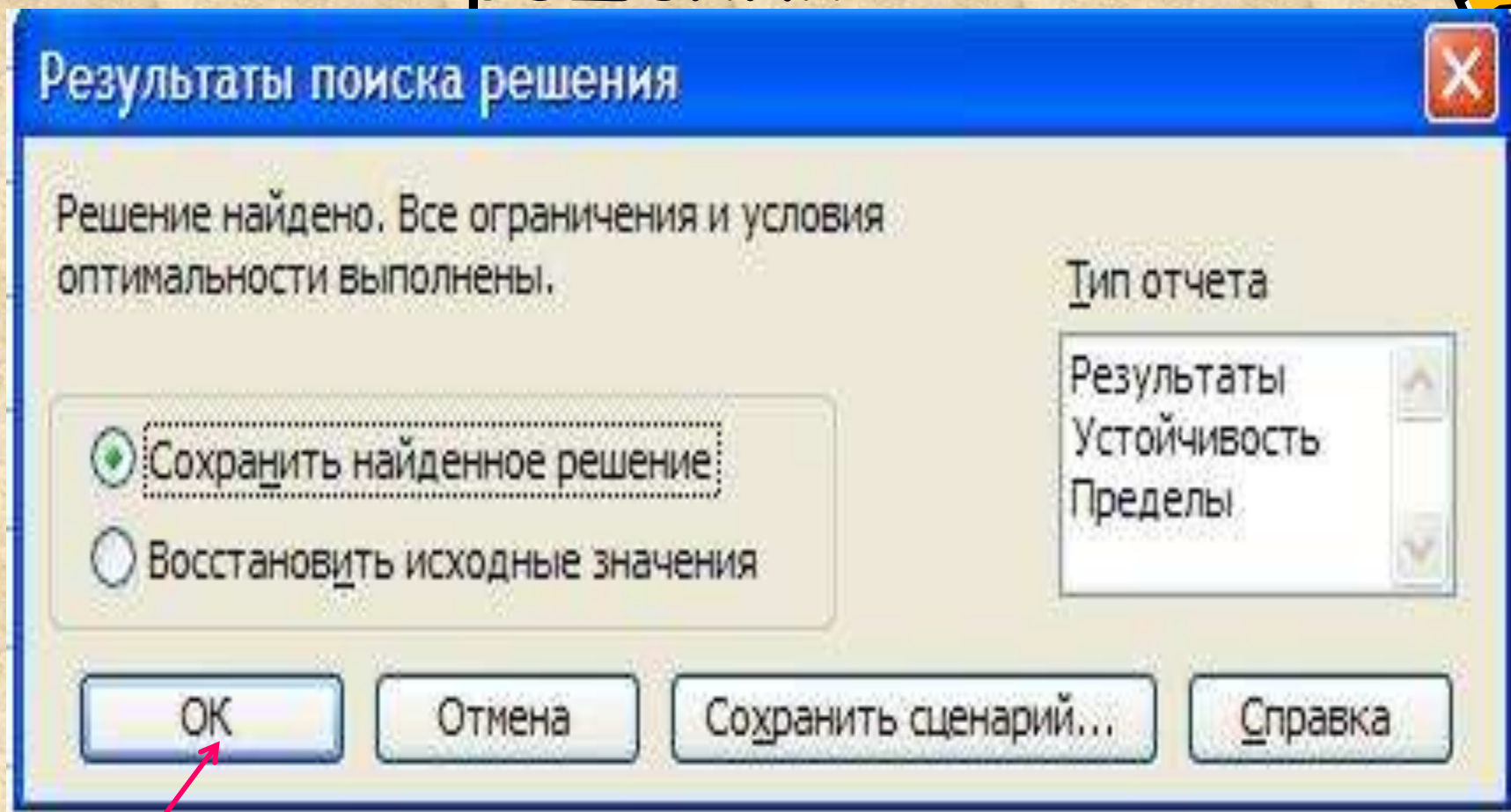
Рис. 5. Форма «Параметры поиска решения»

# Щелкнуть кнопку Выполнить

	A	B	C	D
1	Оптимальное планирование			
2				
3	Плановые показатели			
4		X (пирожки)	Y (пирожные)	
5		600	100	
6				
7	Ограничения			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства:	1000	<=	1000
11	Общее количество:	700	<=	700
12	Положительность X:	600	>=	0
13	Положительность Y:	100	>=	0
14				
15	Целевая функция	800		
16				
17				

Рис. 6. Результаты решения задачи (соответствует точке В рис. 1.)

# Форма «Результаты поиска решения»



**Нажать!**

Рис. 7.

# Изменить условие: $Y \geq X$



	A	B	C	D
1	Оптимальное планирование			
2				
3	Плановые показатели			
4		X (пирожки)	Y (пирожные)	
5		200	200	
6				
7	Ограничения			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства:	1000	<=	1000
11	Общее количество:	400	<=	700
12	Положительность X:	200	>=	0
13	Положительность Y:	200	>=	200
14				
15	Целевая функция	600		

Решение:  $f(x,y)=600$

Рис. 8. Результат решения задачи 2

